

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И КАДРОВ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Кафедра высшей математики и физики

ФИЗИКА

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

*Методические указания по выполнению лабораторных работ
для студентов, обучающихся по инженерным
и биологическим специальностям*

Горки
БГСХА
2018

УДК 53(072)

*Рекомендовано методической комиссией
факультета механизации сельского хозяйства.
Протокол № 6 от 22 февраля 2017 г.*

Авторы:

кандидат технических наук, доцент *С. И. Козлов*;
кандидат педагогических наук, доцент *О. М. Астахова*;
старший преподаватель *В. Н. Грузинский*;
старший преподаватель *А. В. Цвыр*

Рецензент:

кандидат технических наук, доцент *К. Л. Пузевич*

Физика. Основы механики : методические указания по выполнению лабораторных работ / С. И. Козлов [и др.]. – Горки : БГСХА, 2017. – 44 с.

Приведены указания по изучению теоретического материала, описание лабораторных установок, порядок выполнения работ, методика обработки опытных данных и список рекомендуемой литературы.

Для студентов, обучающихся по инженерным и биологическим специальностям.

© УО «Белорусская государственная
сельскохозяйственная академия», 2018

ВВЕДЕНИЕ

Механика – это раздел физики, изучающий механическое движение тел и происходящие при этом взаимодействия между ними.

Основная задача механики – научиться определять точно положение тела в пространстве в любой момент времени.

И если с помощью составленного закона (уравнения) движения можно определить положение тела в любой момент времени, то основная задача механики считается решенной. В зависимости от выбранных величин и методов решения основной задачи механики ее подразделяют на кинематику, динамику и статику.

Кинематика дает ответ на вопрос, где будет тело в пространстве с течением времени, если известны его первоначальные характеристики, динамика дает ответ на вопрос, почему именно так движется тело, а статика изучает условия равновесия материальных тел под действием приложенных сил.

Выполнение лабораторных работ по механике способствует развитию у студентов навыков самостоятельной работы и помогает лучше усвоению теоретического курса.

Работы в лабораториях кафедры физики выполняются студентами по специальному графику, который может не совпадать с последовательностью их расположения в данных методических указаниях. По графику может быть опережение теоретического курса, излагаемого на лекциях, и поэтому в описания работ включены основные теоретические сведения, необходимые для понимания сути лабораторной работы.

В процессе выполнения лабораторной работы студент углубляет и закрепляет теоретические знания по физике, знакомится с простейшими методами научных исследований в области физики и с физическими методами исследования, которые применяются в биологических и технических дисциплинах, овладевает методами математической обработки результатов физического эксперимента.

Лабораторные работы по механике позволяют проверить научно-теоретические положения отдельных явлений, законов, способствуют более глубокому их пониманию, развивают наблюдательность, внимание, память, прививают навыки в проведении измерений, учат пользоваться измерительными приборами, знакомят с оборудованием, аппаратурой, с техникой физического эксперимента.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. С а в е л ь е в, И. В. Курс общей физики: учеб. пособие: в 3 т. / И. В. Савельев. Механика. Молекулярная физика. – 3-е изд., испр. - Москва: Наука, 1987 [и др. издания]. – Т. 1: 350 с.
2. Курс физики: учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф [и др.]. – 4-е изд., перераб. – Москва: Высш. шк., 1973 [и др. издания]. – 384 с.
3. З и с м а н, Г. А. Курс общей физики: в 3 т. / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Москва: Наука, 1967 [и др. издания]. – Т. 1: 336 с.
4. Г р а б о в с к и й, Р. И. Курс физики (для с.-х. ин-тов): учеб. пособие / Р. И. Грабовский. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Высш. шк., 1980 [и др. издания]. – 607 с.

Лабораторная работа 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН ТЕЛ, СКАТЫВАЮЩИХСЯ С НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Цель работы: найти значения основных кинематических величин тел, скатывающихся с наклонной плоскости.

Приборы и принадлежности: наклонная плоскость, тела вращения (цилиндр сплошной, шар, цилиндр полый), линейка.

Краткая теория, описание лабораторной установки и вывод расчетных формул

Любое сложное движение твердого (недеформируемого) тела может быть представлено как наложение поступательного и вращательного движений.

При поступательном движении любая прямая, мысленно проведенная в теле, перемещается параллельно самой себе, при этом тело может двигаться как прямолинейно, так и криволинейно.

При поступательном движении все точки тела движутся с одинаковыми скоростями и ускорениями. Поэтому для кинематического описания поступательного движения тела достаточно описать движение какой-либо одной точки. Обычно описывают движение центра масс (центра инерции) тела, под которым понимают такую точку, в которой можно считать сосредоточенной всю массу тела, а все внешние силы – приложенными к ней.

Необходимо иметь в виду, что в отличие от поступательного при вращательном движении все точки твердого тела движутся по окружностям, центры которых расположены на одной прямой, называемой осью вращения. При этом ось может быть как неподвижной, так и дви-

гаться. В последнем случае говорят, что тело вращается около движущейся оси. Например, вращение цилиндра, катящегося по наклонной плоскости.

При подготовке к лабораторной работе необходимо изучить закон сохранения механической энергии. Он применим в системе взаимодействующих тел при выполнении следующих условий:

а) система должна быть замкнутой (на тела системы не действуют внешние силы или суммарная работа всех внешних сил равна нулю);

б) внутри системы могут действовать только консервативные силы (сила тяжести, сила упругости, сила гравитационного взаимодействия), работа которых не зависит от формы траектории;

в) внутри системы должны отсутствовать неконсервативные (диссипативные) силы, в частности сила трения (кроме сил трения покоя) и силы неупругих деформаций, иначе механическая энергия системы будет рассеиваться, превращаясь во внутреннюю энергию.

В данной работе рассматривается скатывание тел с наклонной плоскости (рис. 1.1). Если угол α наклона плоскости мал, то при движении отсутствует скольжение. Между телом и плоскостью в точках их соприкосновения возникает трение, являющееся трением покоя. Так как эти точки в каждый момент времени неподвижны, то сила трения, действующая на катящееся тело, работы не совершает. Поэтому полная энергия катящегося тела, состоящая из суммы потенциальной и кинетической энергии, остается постоянной.

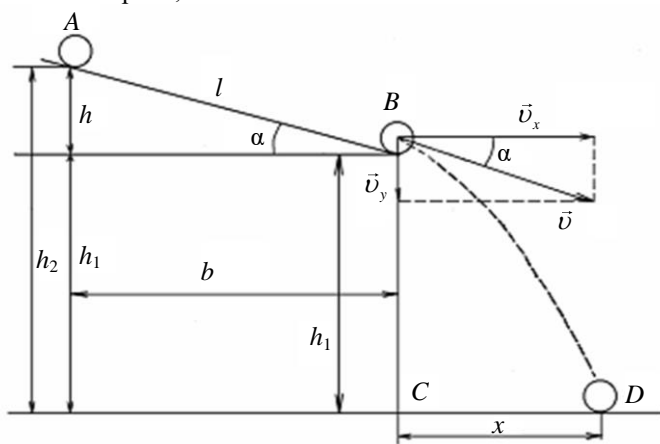


Рис. 1.1. Схема движения тел по наклонной плоскости

Поскольку тело совершает вращение и его центр масс, через который проходит ось вращения, перемещается поступательно, кинетическая энергия складывается из энергии поступательного и вращательного движений.

Согласно закону сохранения механической энергии, потенциальная энергия тела на вершине плоскости (в точке A) равна сумме кинетической энергии поступательного движения тела $\frac{mv^2}{2}$ и кинетической

энергии вращательного движения тела $\frac{I\omega^2}{2}$:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1.1)$$

где m – масса скатывающегося тела, кг;

g – ускорение свободного падения, равное $9,81 \text{ м/с}^2$;

h – высота наклонной плоскости ($h = h_2 - h_1$), м;

v – линейная скорость центра масс тела в точке B , м/с;

I – момент инерции тела относительно оси вращения, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;

ω – угловая скорость вращения тела, рад/с.

Так как скольжение отсутствует, то

$$\omega = \frac{v}{R}, \quad (1.2)$$

где R – радиус катящегося тела.

Из формул (1.1) и (1.2) следует, что

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I}{mR^2}}}. \quad (1.3)$$

Момент инерции тел, обладающих симметрией вращения, можно записать в виде

$$I = kmR^2,$$

где k – безразмерный коэффициент.

Так, для шара

$$I = \frac{2}{5} mR^2,$$

тогда

$$k = \frac{2}{5};$$

для тонкостенного полого цилиндра

$$I = mR^2,$$

тогда

$$k = 1;$$

для сплошного цилиндра

$$I = \frac{1}{2} mR^2,$$

тогда

$$k = \frac{1}{2}.$$

Учитывая, что

$$k = \frac{I}{mR^2}, \quad (1.4)$$

получим формулу для скорости тела в точке B :

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+k}}. \quad (1.5)$$

Движение тела по наклонной плоскости будет равноускоренным, так как происходит под действием постоянной силы – силы тяжести. Для равноускоренного движения без начальной скорости ($v_0 = 0$)

$$v = at_{\text{ск}}; \quad (1.6)$$

$$l = \frac{at_{\text{ск}}^2}{2}, \quad (1.7)$$

где l – длина пути по наклонной плоскости, м;
 a – ускорение центра масс тела, м/с²;
 $t_{\text{ск}}$ – время скатывания тела по наклонной плоскости AB , с.
 Из выражений (1.6) и (1.7) следует, что

$$v^2 = 2al, \quad (1.8)$$

тогда из формул (1.5) и (1.8) получим:

$$a = \frac{gh}{\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right) l}, \quad (1.9)$$

или

$$a = \frac{g \sin \alpha}{1 + k}. \quad (1.10)$$

Время скатывания тела по наклонной плоскости AB определим из формул (1.5), (1.6), (1.10):

$$t_{\text{ск}} = \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{2h(1+k)}{g}}. \quad (1.11)$$

Из формул (1.5), (1.10), (1.11) видно, что v , $t_{\text{ск}}$ и a зависят от формы тела (коэффициент k) и не зависят от его массы и размеров.

Скорость тела в точке B можно также определить из законов движения тела по траектории BD . Для этого вектор скорости \vec{v} разложим на вертикальную \vec{v}_x и горизонтальную \vec{v}_y составляющие. Движение по параболе BD можно рассматривать как равномерное в горизонтальном направлении с постоянной скоростью $v_x = v \cos \alpha$ и равноускорен-

ное в вертикальном направлении с начальной скоростью $v_y = v \sin \alpha$ и ускорением g . Путь при равномерном движении определяется по формуле

$$x = v_x t, \quad (1.12)$$

а при равноускоренном –

$$y = v_y t + \frac{gt^2}{2}, \quad (1.13)$$

где t – время свободного полета тела по кривой BD , с;

x – горизонтальная дальность полета тел, м;

y – путь, проходимый телом по вертикали BC ($y = BC = h_1$), м.

Подставляя значения v_x и v_y в уравнения (1.12) и (1.13), получим:

$$x = v \cdot \cos \alpha \cdot t; \quad (1.14)$$

$$y = v \cdot \sin \alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}. \quad (1.15)$$

Выразив из уравнения (1.14) время

$$t = \frac{x}{v \cos \alpha}$$

и подставив в формулу (1.15), получим:

$$y = \left(\frac{g}{2v^2 \cos^2 \alpha} \right) x^2 + (tg \alpha)x. \quad (1.16)$$

Полученное уравнение есть уравнение параболы. Таким образом, тело, скатившись с наклонной плоскости, дальше движется по ветви параболы BD .

Из уравнения (1.16) найдем скорость тела в точке B по экспериментальным данным. Обозначим эту скорость v_1 :

$$v_3 = \frac{x}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2(y - x \operatorname{tg} \alpha)}}. \quad (1.17)$$

Порядок выполнения работы

1. Установить наклонную плоскость под таким углом α , чтобы тела скатывались без скольжения.

2. Измерить: длину l пути тела по наклонной плоскости; высоту подъема $h = h_2 - h_1$; расстояние h_1 . Результаты измерений занести в табл. 1.1.

3. Вычислить:

$$b = \sqrt{l^2 - h^2}, \quad \sin \alpha = \frac{h}{l}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{l}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{b}.$$

Результаты вычислений записать в табл. 1.1.

Таблица 1.1. Результаты измерений и вычислений

l , м	b , м	h , м	h_1 , м	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$

4. Отпустить без толчка цилиндр сплошной из точки A (см. рис. 1.1). Чтобы определить точку падения, на плоскость CD необходимо положить лист бумаги, а сверху – копировальную бумагу. Измерить расстояние x и записать его значение в табл. 1.2 (для первого опыта это будет x_1).

5. Установить этот цилиндр снова в точку A , отпустить и записать значение x_2 (второй опыт).

6. Таким образом сделать по три измерения для цилиндра сплошного, шара и цилиндра полого. Из трех значений x_1, x_2, x_3 определить среднее значение для каждого из тел:

$$x_{\text{ср}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}.$$

Измерения и вычисления занести в табл. 1.2.

Т а б л и ц а 1.2. Результаты измерений и вычислений

Образец	x_1 , м	x_2 , м	x_3 , м	$x_{\text{ср}}$, м	k	a , м/с ²	$t_{\text{ск}}$, с	v , м/с	v_3 , м/с
Цилиндр сплошной					$\frac{1}{2}$				
Шар					$\frac{2}{5}$				
Цилиндр полый					1				

7. По формулам (1.10) и (1.11) рассчитать ускорение a движения тел по наклонной плоскости и время $t_{\text{ск}}$ скатывания тел по ней. Результаты занести в табл. 1.2. При этом значение ускорения свободного падения принять равным $9,81 \text{ м/с}^2$.

8. Записать в табл. 1.2 значения безразмерных коэффициентов k для каждого тела. Определить теоретическую скорость v тела в точке B по формуле (1.5) и скорость v_3 в точке B по экспериментальным данным по формуле (1.17), подставляя вместо x значение $x_{\text{ср}}$, а вместо y – значение $h_1 = BC$. Результаты занести в табл. 1.2.

Контрольные вопросы

1. Какое движение тела называется поступательным?
2. Какое движение тела называется вращательным?
3. Запишите выражение для кинетической энергии твердого тела, совершающего сложное (поступательное и вращательное) движение.
4. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
5. Запишите и поясните закон сохранения механической энергии при движении тела по наклонной плоскости.
6. Выведите рабочие формулы (1.5) и (1.17).
7. Зависят ли v , $t_{\text{ск}}$, a от формы, массы и размеров тел, скатывающихся с наклонной плоскости?

Лабораторная работа 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН ПРИ ПОСТУПАТЕЛЬНОМ И ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА

Цель работы: вычислить значения кинематических и динамических величин при поступательном и вращательном движении тел.

Приборы и принадлежности: машина Атвуда, электрический секундомер, набор перегрузков.

Краткая теория, описание лабораторной установки и вывод расчетных формул

Машина Атвуда предназначена для исследования закона движения тел в поле земного тяготения. Устройство машины Атвуда изображено на рис. 2.1.

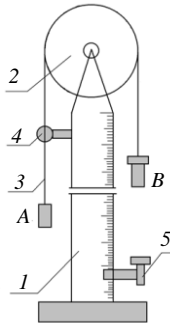


Рис. 2.1. Машина Атвуда

На верхнем конце шкалы 1 имеется легкий блок 2 , вращающийся с небольшим трением, которое учитывается в работе. Через блок перекинута тонкая нить 3 , на концах которой висят грузы A и B , имеющие равные массы m . Нить с грузами может удерживаться неподвижно электромагнитом 4 . Выключение тока, текущего через электромагнит, при наличии перегрузки на грузе B приводит нить с грузами в движение. Для разрыва электрической цепи счетчика-секундомера служит приемный столик 5 . При установке приемный столик следует располагать таким образом, чтобы верхняя плоскость дна его площадки нахо-

дилась против нужного деления на шкале. Если системе, состоящей из трех тел – два груза A и B и блок, предоставить возможность двигаться, то грузы будут совершать поступательное движение, а блок – вращательное. Проследим за движением груза B , выбрав ось отсчета Y , направленную сверху вниз (рис. 2.2).

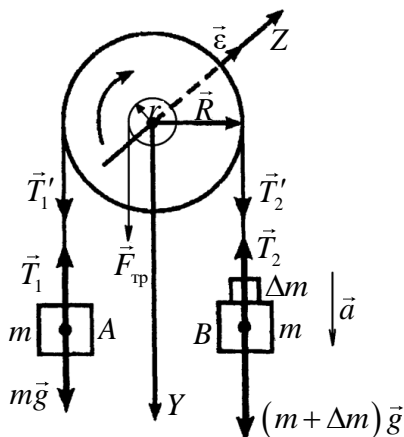


Рис. 2.2. Схема сил, действующих при движении груза по вертикали

Двигаясь с ускорением a без начальной скорости, груз B за время t проходит по вертикали путь, который равен:

$$h = \frac{at^2}{2}. \quad (2.1)$$

Из формулы (2.1) имеем:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (2.2)$$

Скорость груза увеличивается со временем по закону $v = at$. В свою очередь, угол поворота радиуса блока изменяется со временем t по закону

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (2.3)$$

где ε – угловое ускорение, рад/с².

Угловая скорость к моменту времени t равна:

$$\omega = \varepsilon t. \quad (2.4)$$

Угловая скорость и ускорение связаны с линейной скоростью и тангенциальным ускорением точек блока, лежащих на его ободе на расстоянии R от оси вращения, следующими выражениями:

$$\omega = \frac{v_{об}}{R} \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{a_{\tau}}{R}.$$

Очевидно, что точки на ободе блока имеют ту же скорость и ускорение, что и груз B , т. е. $v_{об} = v$; $a_{\tau} = a$, поэтому

$$\omega = \frac{v}{R}; \quad (2.5)$$

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (2.6)$$

Угол поворота радиуса блока связан с числом его оборотов N выражением $\varphi = 2\pi N$. Подставляя это значение φ в формулу (2.3) и решая ее относительно N , получим:

$$N = \frac{\varepsilon t^2}{4\pi}. \quad (2.7)$$

Ускорение a можно определить не только кинематически по зависимости (2.2), но и динамически. Для этого применим законы динамики поступательного и вращательного движений к движущейся системе. На каждый из движущихся грузов действуют силы: сила тяжести mg , направленная вниз, и сила натяжения нити T , направленная вверх (см. рис. 2.2). Пусть масса перегрузка, лежащего на грузе B , равна Δm , а масса груза – m . Груз B вместе с перегрузком движется ускоренно вниз. Согласно второму закону Ньютона, имеем:

$$(m + \Delta m)\vec{g} + \vec{T}_2 = (m + \Delta m)\vec{a}.$$

Проектируя на ось системы отсчета y , получим:

$$(m + \Delta m)g - T_2 = (m + \Delta m)a. \quad (2.8)$$

Применим второй закон Ньютона к грузу A . Если нить нерастяжима, то ускорение груза A равно ускорению груза B по абсолютной величине и противоположно по направлению. Его проекция на ось y равна $-a$. Поэтому по второму закону Ньютона

$$mg - T_1 = -ma. \quad (2.9)$$

Силы натяжения нити действуют не только на грузы, но и на блок. По третьему закону Ньютона силы T_1' и T_2' приложенные к ободу блока, равны соответственно T_1 и T_2 и противоположны им по направлению. При движении грузов блок ускоренно вращается по часовой стрелке. Следовательно, $T_2' > T_1'$ и силы натяжения нити по обе стороны блока будут различны. Поэтому для нахождения ускорения уравнения (2.8) и (2.9) должны быть дополнены еще уравнением моментов, определяющим закон вращательного движения блока.

Момент сил, приложенных к блоку, складывается из момента сил натяжения нитей, равного произведению разности этих сил на плечо, равное радиусу блока, т. е. $(T_2' - T_1')R$, и момента сил трения $M_{\text{тр}}$.

Согласно основному закону динамики вращательного движения ($\vec{M} = I\vec{\epsilon}$), вращающий момент, приложенный к блоку, равен произведению момента инерции I блока на его угловое ускорение ϵ :

$$(T_2' - T_1')R - M_{\text{тр}} = I\epsilon. \quad (2.10)$$

Момент инерции блока равен:

$$I = \frac{1}{2} m_{\text{бл}} R^2.$$

Подставляя значение I в равенство (2.10) и решая совместно полученное выражение с уравнениями (2.8) и (2.9), получим:

$$a = \frac{\Delta mg - \frac{M_{\text{тр}}}{R}}{\frac{1}{2}m_{\text{бл}} + 2m + \Delta m} . \quad (2.11)$$

Так как

$$\Delta m < 2m + \frac{1}{2}m_{\text{бл}} ,$$

то массой Δm в знаменателе формулы (2.11) можно пренебречь и записать:

$$a = \frac{\Delta mg - \frac{M_{\text{тр}}}{R}}{\frac{1}{2}m_{\text{бл}} + 2m} . \quad (2.12)$$

Выражение (2.12) показывает, что ускорение a линейно зависит от Δm , если R , m , $m_{\text{бл}}$, $M_{\text{тр}}$ остаются постоянными. Зависимость $a = f(\Delta m)$ графически выражается прямой линией, которую можно построить по экспериментальным точкам, используя значения a , вычисленные из кинематических соображений по формуле (2.2).

Из формулы (2.12) следует, что при некотором значении массы перегрузка Δm_0 система движется равномерно, т. е. $a = 0$.

$$\Delta m_0 g - \frac{M_{\text{тр}}}{R} = 0.$$

Отсюда находим момент сил трения:

$$M_{\text{тр}} = \Delta m_0 g R. \quad (2.13)$$

Считая силу трения $F_{\text{тр}}$, приложенную к оси, постоянной, получим:

$$F_{\text{тр}} = \frac{M_{\text{тр}}}{r} , \quad (2.14)$$

где r – радиус оси.

Порядок выполнения работы

1. Включить источник питания.
2. Опустить площадку приемного столика вниз. Поставить тумблер «Электромагнитный пускатель» в положение «Выкл.».
3. Груз B поднять вверх таким образом, чтобы его нижний срез оказался у деления шкалы с отметкой 10. Определить расстояние h , которое пройдет груз B до приемного столика.
4. Перевести тумблер «Электромагнитный пускатель» в положение «Вкл.». При этом нить окажется зажатой в электромагнитном пускателе.
5. Положить на груз B перегрузок массой 4 г.
6. Поднять площадку приемного столика вверх. **Установить при этом электросекундомер на нуль.**
7. Выключить цепь электромагнитного пускателя (поставить тумблер «Электромагнитный пускатель» в положение «Выкл.»). При этом нить блока освобождается и система приходит в движение. Одновременно включается секундомер.
8. Груз B , достигнув приемного столика, опустит вниз площадку и остановит секундомер. Определить по секундомеру время движения груза B до приемного столика и записать полученное значение в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Результаты измерений и вычислений

Δm , кг	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_{cp} , с	a , м/с ²	$M_{тр}$, Н·м	$F_{тр}$, Н	ε , рад/с ²	ω , рад/с	N
0,004										
0,006										
0,008										
0,010										
0,012										
0,014										
0,016										

9. Указания пп. 3–8 повторить еще два раза.
10. Повторить измерения (см. пп. 3–9) для других перегрузков.
11. Найти средние значения времени движения t_{cp} и из выражения (2.2) определить значения ускорения a системы для каждого перегрузка.
12. Для определения массы перегрузка Δm_0 , **при которой система движется равномерно**, необходимо построить график зависимости $a = f(\Delta m)$, откладывая по горизонтальной оси массы перегрузков, а по

вертикальной – соответствующие этим перегрузкам значения ускорения, рассчитанные по формуле (2.2). **Масштаб должен быть равномерным!** Пример построения графика показан на рис. 2.3.

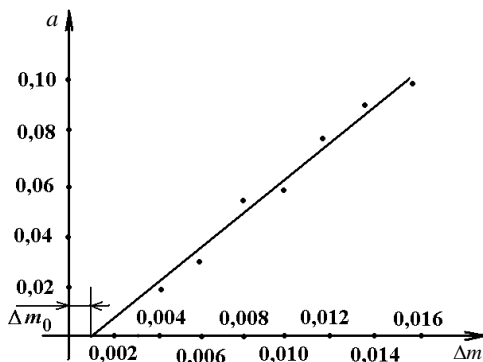


Рис. 2.3. График зависимости $a = f(\Delta m)$

Следует обратить внимание на то, что из-за измерительных и вычислительных погрешностей точки графика не лежат на прямой. Провести прямую так, чтобы по обе ее стороны оставалось примерно одинаковое количество точек – это простейший способ обработки результатов эксперимента.

Продлить график до пересечения с осью абсцисс. Измерить длину отрезка от начала координат до точки пересечения графика с осью абсцисс. Длина этого отрезка в принятом масштабе численно равна массе перегрузки Δm_0 .

13. По формулам (2.13) и (2.14) найти момент сил трения $M_{тр}$ и силу $F_{тр}$. Радиус блока $R = 6,5 \cdot 10^{-2}$ м, радиус оси блока $r = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

14. По формуле (2.6) определить величину углового ускорения блока в каждом опыте.

15. По формуле (2.4) определить угловую скорость в момент останковки грузов, а также число оборотов N , совершенных блоком за это время, по зависимости (2.7).

16. Полученные данные и результаты вычислений занести в табл. 2.1.

17. По результатам расчетов сделать аргументированные выводы.

Контрольные вопросы

1. Запишите формулы пути и скорости при равнопеременном поступательном движении.
2. Запишите формулы углового перемещения и угловой скорости при равнопеременном вращательном движении.
3. Какова связь между линейной и угловой скоростью, между линейным и угловым ускорением?
4. На концах нити, перекинутой через неподвижный блок, укреплены два груза различной массы. Выберите систему отсчета и запишите второй закон Ньютона для каждого груза в отдельности.
5. Изменится ли натяжение нити (при движении грузов), если изменить массу перегрузка?
6. Как изменится ускорение системы, если увеличить массу грузов A и B , не изменяя массы перегрузка и силы трения?
7. Какой физический смысл имеет длина отрезка, отсекаемого графиком $a = f(\Delta t)$ от начала отсчета по оси абсцисс?

Лабораторная работа 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАХОВОГО КОЛЕСА

Цель работы: определить момент инерции махового колеса динамическим методом.

Приборы и принадлежности: маховое колесо на одной оси со шкивом, секундомер, грузы, масштабная линейка.

Краткая теория, описание лабораторной установки и вывод расчетных формул

Твердое тело можно представить как совокупность отдельных материальных точек, которые при вращательном движении тела описывают окружности. Центры этих окружностей находятся на оси вращения. Линейные скорость v и ускорение a точек, отстоящих от оси на разных расстояниях, будут неодинаковы. Угловые же скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$$

и ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

будут для всех точек твердого тела иметь одинаковые значения в данный момент времени. Необходимо обратить внимание на то, что угловая скорость в общем случае определяется как производная от углового перемещения φ по времени, а угловое ускорение – как производная от угловой скорости по времени.

Полезно запомнить, что направление вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ связано с направлением вращения тела правилом правого винта (буравчика).

Для случая вращения некоторой точки (рис. 3.1) векторы угловой скорости $\vec{\omega}$ и углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ направлены перпендикулярно к плоскости чертежа и проходят через центр вращения. При ускоренном вращении направления векторов $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ совпадают, при замедленном движении они направлены в противоположные стороны.

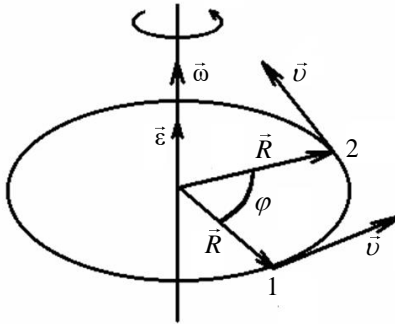


Рис. 3.1. Схема движения материальной точки по окружности

Между линейными и угловыми характеристиками движения существует зависимость, которая выражается следующими формулами:

$$v = \omega r \quad \text{и} \quad a_{\tau} = \varepsilon r,$$

где a_{τ} – тангенциальное ускорение, м/с^2 .

В динамике вращательного движения используются понятия момента инерции тела, момента силы. Момент инерции характеризует инертные свойства тела во вращательном движении, т. е. является мерой сопротивления тела к изменению его угловой скорости.

Момент инерции I материальной точки определяется выражением

$$I = mr^2.$$

Он зависит как от массы m материальной точки, так и от расстояния r от точки до центра вращения.

Момент инерции тела относительно некоторой оси вращения определяется суммой моментов инерций отдельных материальных точек, на которые можно мысленно разбить тело:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

Момент инерции твердого тела при непрерывном распределении массы определяется выражением

$$I = \int_{(V)} r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела.

При вращательном движении роль силы выполняет момент силы. Момент силы относительно точки O – это векторная величина, определяемая выражением

$$\vec{M} = \vec{r} \cdot \vec{F},$$

где \vec{r} – радиус-вектор, соединяющий точку O и точку приложения силы.

Направление вектора \vec{M} определяется правилом правого винта (рис. 3.2).

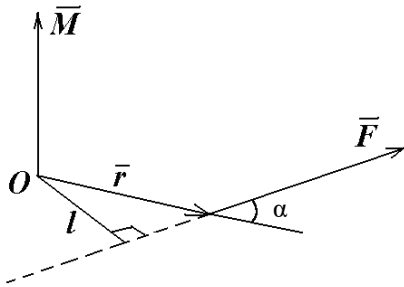


Рис. 3.2. Определение направления вектора момента силы

Модуль значения момента силы можно определить как

$$M = Fr \sin \alpha ,$$

где α – угол между вектором силы \vec{F} и радиусом-вектором \vec{r} .

Величина $l = r \cdot \sin \alpha$ называется плечом силы и соответствует кратчайшему расстоянию от центра вращения до линии действия силы (рис. 3.2). Поэтому

$$M = F \cdot l.$$

Основной закон динамики вращательного движения связывает момент силы, момент инерции и угловое ускорение тела (аналогичен второму закону Ньютона – основному закону динамики поступательного движения $\vec{F} = m\vec{a}$) и записывается в виде

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

т. е. результирующий момент сил, действующих на тело относительно выбранной неподвижной оси, равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на полученное телом угловое ускорение.

Вращающееся тело обладает кинетической энергией:

$$E_{\text{к. вр}} = \frac{I\omega^2}{2}$$

(сравните с формулой $E_k = \frac{mv^2}{2}$ для поступательного движения).

В СИ единица измерения момента силы – Н·м, момента инерции – кг·м².

Лабораторная установка (рис. 3.3) состоит из махового колеса 1, шкива 3, укрепленных на одной оси 2. На шкив наматывается нить, к концу которой прикрепляется груз 4. При падении груза с высоты h , отсчитываемой по линейке 5 до приемного столика 6, вся система приводится во вращательное движение.

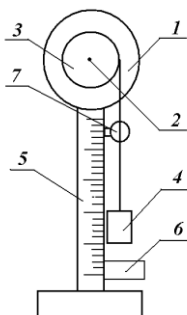


Рис. 3.3. Схема лабораторной установки:
1 – маховое колесо; 2 – ось; 3 – шкив; 4 – груз;
5 – линейка; 6 – приемный столик,
7 – электромагнитный пускатель

Груз массой m , поднятый на высоту h от приемного столика, обладает потенциальной энергией mgh . Освобожденный без толчка груз начинает двигаться с ускорением, а маховое колесо приводится во вращение. В момент, когда груз коснется приемного столика, вся потенциальная энергия перейдет в кинетическую энергию поступательного движения падающего груза:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

и в кинетическую энергию вращательного движения колеса и шкива:

$$E_{\text{к. вр}} = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Частью энергии, затрачиваемой на преодоление трения в подшипниках, в данной работе пренебрегают.

Момент инерции системы можно определить из закона сохранения энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих консервативными силами, не изменяется. В рассматриваемом случае

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (3.1)$$

где v – скорость груза в момент касания пола, м/с;

ω – угловая скорость колеса, рад/с.

В уравнение (3.1) подставим значение $v = at = \frac{2h}{t}$ (при падении без начальной скорости пройденный путь $h = \frac{at^2}{2}$, отсюда $a = \frac{2h}{t^2}$) и значение $\omega = \frac{v}{r} = \frac{2h}{rt}$. В результате получим:

$$mg = \frac{2mh}{t^2} + \frac{2Ih}{r^2t^2},$$

отсюда

$$I = \frac{mr^2(gt^2 - 2h)}{2h}. \quad (3.2)$$

Здесь момент инерции колеса определяется через массу падающего груза m , высоту h , с которой падает груз, и время падения груза, но от них не зависит. При выполнении лабораторной работы убедитесь в этом, изменяя массу падающего груза и высоту падения.

Порядок выполнения работы

1. Необходимо измерить массу m груза, приводящего систему во вращение (масса груза может быть указана на нем или же определяется на весах).

2. Площадку приемного столика опустить вниз. Включить выпрямитель лабораторной установки в сеть.

3. Намотать на шкив нить, зацепив петлей за прорезь в шкиве. Свободный конец нити пропустить в электромагнитный пускатель 7 (см. рис. 3.3) и зафиксировать в нем, переведя тумблер «Электромагнитный пускатель» на панели лабораторной установки в положение «Вкл.».

4. Поднять площадку приемного столика вверх и установить электросекундомер на ноль.

5. Определить высоту h от нижнего среза груза до площадки приемного столика и записать ее в табл. 3.1.

6. Освободить систему без толчка. Для этого тумблер «Электромагнитный пускатель» перевести в положение «Выкл.». При этом электромагнитный пускатель освобождает нить, одновременно включается секундомер. Груз, достигнув площадки приемного столика, сдвинет ее вниз и остановит секундомер.

7. Определить с помощью секундомера время t падения груза. Полученное значение записать в табл. 3.1.

8. Повторить опыт еще два раза с тем же грузом, изменяя высоту падения. Не перемещая приемный столик, такие же опыты провести с двумя другими грузами.

9. Данные опытов записать в табл. 3.1, для каждого опыта вычислить момент инерции по формуле (3.2). Радиус шкива $r = 6,5 \cdot 10^{-2}$ м, ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с².

10. Найти среднее значение момента инерции колеса по формуле

$$I_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N I_i}{N},$$

где N – число опытов.

Отклонения от среднего значения в каждом опыте $\Delta I_i = |I_i - I_{\text{cp}}|$, а среднее значение отклонений $\Delta I_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^N |\Delta I_i|}{N}$. Результаты вычислений занести в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Результаты измерений и вычислений

№ п/п	m , кг	h , м	r , м	t , с	I , кг·м ²	I_{cp} , кг·м ²	ΔI	ΔI_{cp}
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								

11. По результатам расчетов сделать аргументированные выводы.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение угловой скорости и углового ускорения, укажите единицы их измерения. Как направлены векторы угловой скорости и углового ускорения?
2. Запишите формулы, связывающие линейные и угловые характеристики движения (кинематические и динамические).
3. Запишите и сформулируйте основной закон динамики вращательного движения. Проведите его аналогию со вторым законом Ньютона для поступательного движения.
4. Дайте определение момента инерции материальной точки, твердого тела, назовите единицы его измерения.
5. Какие свойства тела характеризует его момент инерции? От чего зависит величина момента инерции?

6. Что называется моментом силы? Как определяется плечо силы?
7. Запишите закон сохранения энергии, используемый в данной работе.
8. Выведите расчетную формулу для определения момента инерции махового колеса.
9. В расчетную формулу для определения момента инерции входят масса груза, радиус шкива, высота, с которой падает груз, время падения груза. Какое влияние на результат вычислений окажет изменение массы, высоты падения груза?

Лабораторная работа 4. ИЗУЧЕНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Цель работы: определить модуль упругости (модуль Юнга) для различных материалов.

Приборы и принадлежности: скамья с вертикальными стойками, индикатор, масштабная линейка, образцы исследуемых материалов.

Краткая теория, описание лабораторной установки и вывод расчетных формул

Несмотря на существование различных видов деформаций тел (одностороннее растяжение или сжатие, всестороннее растяжение или сжатие, кручение, сдвиг, изгиб), все они подчиняются закону Гука, согласно которому сила упругости $F_{\text{упр}}$, возникающая при малых деформациях любого вида, пропорциональна деформации (смещению) Δx , т. е.

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta\vec{x}, \quad (4.1)$$

где k – коэффициент упругости.

Знак минус указывает на противоположность направлений сил упругости и смещения.

Необходимо твердо уяснить, что все виды деформаций, в том числе и деформация изгиба, могут быть сведены к деформациям одностороннего сжатия и растяжения. При деформации изгиба стержня одни части его испытывают растяжение, а другие – сжатие (рис. 4.1). Средняя часть стержня почти не оказывает сопротивление изгибу. По этой

причине сплошной стержень и трубчатый одинакового диаметра обладают почти одинаковым сопротивлением изгибу.

Следует обратить внимание на практическое использование этого вывода, а именно, стержни, работающие на изгиб, обычно делают полыми (трубчатыми), чем достигается экономия материала и облегчение конструкций без ущерба их прочности. С такими же явлениями встречаются и в природе: трубчатое строение имеют стебли злаковых растений, кости птиц и др.



Рис. 4.1. Схема деформации изгиба стержня

Физический смысл модуля Юнга уяснить на примере деформации одностороннего растяжения. Пусть к нижнему концу закрепленного стержня длиной l и площадью поперечного сечения S приложена деформирующая сила F . Стержень удлиняется на Δl , и в нем возникает сила упругости $F_{\text{упр}}$ (рис. 4.2). Следует помнить, что при этом $\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}$, т. е. сила упругости равна по величине, но противоположна по направлению приложенной к телу силе.

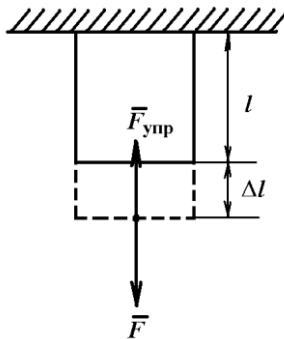


Рис. 4.2. Схема деформации одностороннего растяжения

Опыт показывает, что удлинение стержня пропорционально деформирующей силе, длине стержня и обратно пропорционально площади его поперечного сечения, т. е.

$$\Delta l = k' \frac{Fl}{S} = \frac{Fl}{ES}; \quad (4.2)$$

$$\Delta l = \frac{F_{\text{упр}} l}{ES}, \quad (4.3)$$

где $E = \frac{1}{k'}$ – коэффициент, характеризующий упругие свойства вещества стержня. Он называется модулем упругости, или модулем Юнга.

Физический смысл модуля Юнга заключается в следующем. Из формулы (4.2) следует, что

$$E = \frac{Fl}{S\Delta l}. \quad (4.4)$$

Полагая, что $\Delta l = l$ и $S = 1$, получим

$$E = F,$$

т. е. модуль упругости вещества численно равен силе, растягивающей стержень единичного поперечного сечения в два раза. Измеряется модуль упругости в паскалях (Па).

Существует несколько методов определения модуля упругости. В данной работе используется метод, основанный на деформации изгиба.

Установка для определения модуля упругости (рис. 4.3) состоит из подставки, на которой расположены вертикальные стойки 1 с опорными призмами. На призмы помещается испытуемый образец 2. К середине стержня с помощью специального устройства 3 навешиваются грузы, которые деформируют (изгибают) стержень. Величину деформации (стрелу прогиба) измеряют с помощью индикатора 4.

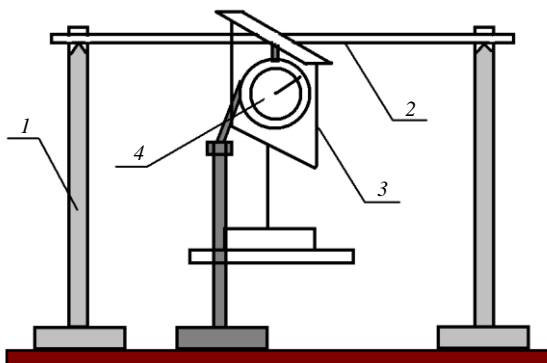


Рис. 4.3. Схема установки для определения модуля упругости:
 1 – вертикальная стойка; 2 – испытуемый образец;
 3 – подвес; 4 – индикатор часового типа

Для определения модуля упругости по деформации изгиба необходимо знать величину деформирующей силы, приложенной к середине стержня и вызывающей его изгиб F , и стрелу прогиба λ , т. е. величину смещения средней части стержня от первоначального положения (рис. 4.4).

Теоретические расчеты показывают, что для стержня любого сечения стрела прогиба определяется по формуле

$$\lambda = \frac{Fl^3}{48QE}. \quad (4.5)$$

Отсюда

$$E = \frac{Fl^3}{48Q\lambda}, \quad (4.6)$$

где E – модуль упругости (Юнга), Па;

F – сила, действующая на стержень и вызывающая деформацию изгиба, Н;

l – длина стержня, м;

Q – коэффициент, характеризующий форму стержня, м⁴.

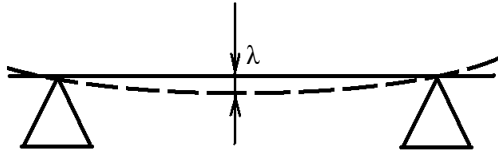


Рис. 4.4. Деформация изгиба

Для стержня прямоугольного сечения шириной a и толщиной b (рис. 4.5, а)

$$Q = \frac{ab^3}{12}. \quad (4.7)$$

Для квадратного сечения ($a = b$)

$$Q = \frac{a^4}{12}. \quad (4.8)$$

В случае сплошного стержня (рис. 4.5, б)

$$Q = \frac{\pi R^4}{4}. \quad (4.9)$$

Для трубки с наружным радиусом R и внутренним r (рис. 4.5, в)

$$Q = \frac{\pi(R^4 - r^4)}{4}. \quad (4.10)$$

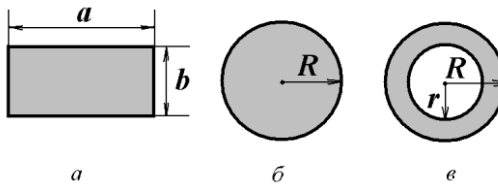


Рис. 4.5. Исследуемые образцы и их размеры

Подставляя эти значения в формулу (4.6), получим выражение для определения модуля упругости. Для стержней прямоугольного сечения

$$E = \frac{Fl^3}{4ab^3\lambda}, \quad (4.11)$$

квадратного сечения

$$E = \frac{Fl^3}{4a^4\lambda}, \quad (4.12)$$

трубки

$$E = \frac{Fl^3}{12\pi(R^4 - r^4)\lambda}, \quad (4.13)$$

сплошного стержня кругового сечения

$$E = \frac{Fl^3}{12\pi R^4\lambda}. \quad (4.14)$$

Порядок выполнения работы

1. Измерить длину стержня l между ребрами стальных призм, на которые опирается стержень, и геометрические размеры сечения стержня. Полученные данные занесите в табл. 4.1.

2. На середину стержня подвесить приспособление для размещения грузов. Острие индикатора подвести под нижнюю грань стержня так, чтобы оно касалось стержня. Для этого, если требуется, переместить индикатор на нужную величину. Шкалу индикатора повернуть так, чтобы в отсутствие грузов на подвеске стрелка индикатора совпадала с нулевым делением шкалы.

3. Подвесить один груз и определить стрелу прогиба λ по формуле

$$\lambda = Cn_1,$$

где C – цена малого деления индикатора (указана на шкале индикатора), равная 0,01 мм;

n_1 – число малых делений по индикатору при нагрузке.

Сила деформации F равна весу грузов:

$$F = mg,$$

где m – масса груза, кг;

g – ускорение свободного падения, равное $9,81 \text{ м/с}^2$.

Например, для груза массой 100 г ($0,1 \text{ кг}$) имеем:

$$F = 0,1 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 = 0,98 \text{ Н}.$$

4. Опыт повторить два раза при той же длине стержня, но при других нагрузках.

5. Результаты измерений записать в табл. 4.1, выразив силу деформации F в ньютонах, стрелу прогиба λ в метрах.

6. Опыт повторить со стержнями другого материала и сечения (по указанию преподавателя). На основании полученных вычислений модуля упругости сделать вывод по данной работе.

7. Модуль упругости (Юнга) вычислить по формулам (4.11) – (4.14) в зависимости от формы сечения стержня и записать его значение в табл. 4.1 в паскалях или в килопаскалях (см. прил 1).

8. Найти среднее значение модуля Юнга для каждого материала по формуле

$$E_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N E_i}{N},$$

где N – число опытов.

Отклонения от среднего значения в каждом опыте $\Delta E_i = |E_i - E_{\text{ср}}|$ и

среднее значение отклонений $\Delta E_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N |\Delta E_i|}{N}$. Результаты вычислений

занести в табл. 4.1.

9. Построить график зависимости стрелы прогиба от внешней нагрузки, откладывая по оси OX нагрузку F , а по оси OY – стрелу прогиба λ .

Т а б л и ц а 4.1. Результаты измерений и вычислений

№ п/п	Материал стержня –						
	Профиль стержня: $l = \dots$ м, $a = \dots$ м, $b = \dots$ м						
	F , Н	λ , м	E , Па	$E_{\text{ср}}$, Па	ΔE , Па	$\Delta E_{\text{ср}}$, Па	$\frac{\Delta E_{\text{ср}}}{E_{\text{ср}}}$
1							
2							
3							

10. По результатам расчетов сделать аргументированные выводы.

Контрольные вопросы

1. Назовите виды упругих деформаций.
2. Сформулируйте закон Гука.
3. Опишите деформацию изгиба.
4. Опишите деформацию одностороннего растяжения.
5. Поясните физический смысл модуля упругости (Юнга).
6. Объясните расхождения между табличными значениями модуля упругости (прил. 2) и значениями, полученными в данной работе.

Лабораторная работа 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА МЕТОДОМ БЕССЕЛЯ

Цель работы: определить ускорение свободного падения методом Бесселя.

Приборы и принадлежности: модель математического маятника, линейка, секундомер.

Краткая теория, описание лабораторной установки и вывод расчетных формул

Ускорение свободного падения, а следовательно, и сила тяжести $m\vec{g}$ зависят от широты места. Для понимания этой зависимости необходимо учитывать, что тело массой m , находящееся на широте φ , участвует в суточном вращении вместе с Землей с угловой скоростью $\vec{\omega}$ (рис. 5.1). В неинерциальной системе отсчета $OXYZ$, связанной с

вращающейся Землей, на любое тело действует центробежная сила инерции:

$$\vec{f}_{\text{ц}} = m\vec{a}_{\text{ц}},$$

где $a_{\text{ц}} = \omega^2 r$ – центростремительное ускорение, м/с^2 .

Величина этой силы

$$f_{\text{ц}} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r = m\omega^2 R \cos \varphi,$$

где r – расстояние от тела до оси вращения Земли, равное $R \cos \varphi$, м;

R – радиус Земли, м.

Из силового треугольника (рис. 5.1) найти вектор силы тяжести $\vec{p} = m\vec{g}$ как сумму векторов силы всемирного тяготения \vec{F} и силы центробежной силы инерции $\vec{f}_{\text{ц}}$. Рассмотреть частные случаи: тело находится на экваторе ($\varphi = 0$); тело находится на полюсе ($\varphi = 90^\circ$). Необходимо убедиться, что на экваторе сила тяжести минимальна:

$$mg_{\text{э}} = F - m\omega^2 R,$$

а на полюсе – максимальна:

$$mg_{\text{п}} = F.$$

Очевидно, что на других широтах φ

$$mg = F - m\omega^2 R \cos \varphi.$$

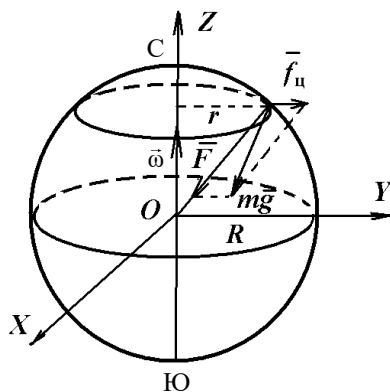


Рис. 5.1. Схема влияния вращения Земли на ускорение свободного падения

В рассуждениях предполагалось, что Земля шарообразна. Следует также иметь в виду, что влияние вращения Земли на величину ускорения свободного падения невелико, поэтому можно полагать, что ускорение свободного падения у поверхности Земли в основном определяется силой притяжения между телом и Землей:

$$g = G \frac{M_3}{R^2},$$

где G – гравитационная постоянная, равная $6,6 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$;

M_3 – масса Земли, кг.

Для определения ускорения свободного падения существует несколько способов. Наиболее простыми и надежными являются методы определения ускорения свободного падения с помощью математического маятника. *Математическим маятником* называется тело, размерами которого можно пренебречь (материальная точка), подвешенное на нерастяжимой и невесомой нити (рис. 5.2).

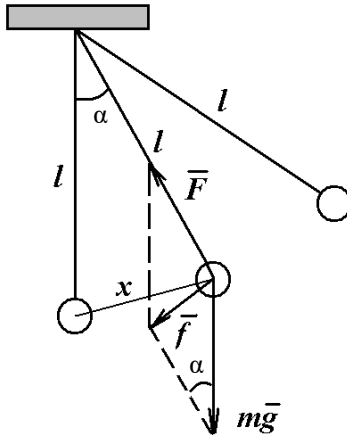


Рис. 5.2. Метод определения ускорения свободного падения с помощью математического маятника

В данной работе используется модель математического маятника, представляющая собой металлический шарик, подвешенный на нити, длину которой можно легко изменять, перемещая вдоль линейки другой конец нити, перекинутой через блок.

Если маятник вывести из положения равновесия на небольшой угол ($\alpha \leq 6^\circ$), то возвращающая сила, действующая на маятник, будет пропорциональна смещению, поэтому маятник начнет совершать гармонические колебания по закону синуса или косинуса:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.1)$$

где x – смещение тела от положения равновесия в момент времени t , м;

A – максимальное смещение (амплитуда), м;

ω – круговая или циклическая частота колебаний, рад/с;

φ_0 – начальная фаза, рад.

Для получения выражения для расчета ускорения свободного падения с помощью маятника необходимо применить к нему второй закон динамики:

$$F = ma. \quad (5.2)$$

Для этого предварительно нужно выполнить следующие действия:

1. Пользуясь рис. 5.2, выразим силу F , действующую на маятник, когда он находится в произвольном положении, через силу тяжести mg и $\sin \alpha$.

2. Принимая во внимание небольшую величину угла α , выразим $\sin \alpha \approx \alpha$ через смещение x и длину маятника l .

3. И если учесть, что смещение x и сила F всегда направлены противоположно, то в результате получим для силы выражение

$$F = -\frac{mg}{l}x.$$

4. Далее найдем выражение для ускорения маятника по формуле

$$a = \frac{d^2x}{dt^2},$$

т. е. необходимо найти вторую производную функции смещения тела из формулы (5.1).

5. Подставив значения F и a в формулу (5.2) и произведя преобразования, получим:

$$\omega^2 = \frac{g}{l}. \quad (5.3)$$

6. Учитывая, что круговая частота ω связана с периодом колебаний T соотношением $\omega = \frac{2\pi}{T}$, из формулы (5.3) выразим g через T и l .

Получим:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}. \quad (5.4)$$

Из формулы (5.4) найдем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Пользуясь выражением (5.4), можно определить ускорение свободного падения. Для этого достаточно опытным путем определить l и T ,

но измерение l осложняется тем, что приходится определять положение точки подвеса и центра тяжести маятника. Поэтому Бесселем предложен оригинальный метод, который сводится к следующему. При произвольной длине l_1 измеряется период колебаний T_1 . Затем длина маятника изменяется (изменение длины определяется достаточно просто – линейкой на стене). При длине l_2 соответственно определяется период колебаний T_2 . В результате имеем два уравнения:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Возведя эти уравнения в квадрат и произведя вычитание, получим:

$$T_1^2 - T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{g}.$$

Отсюда

$$g = 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{T_1^2 - T_2^2},$$

или

$$g = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (5.5)$$

где $\Delta l = l_1 - l_2$.

Данное выражение является расчетной формулой для определения ускорения свободного падения методом Бесселя.

Порядок выполнения работы

1. Установить максимально возможную длину маятника l_1 .
2. Вывести математический маятник из положения равновесия, отклонив его на $4-6^\circ$, и по секундомеру определить время t_1 , в течение которого маятник совершит $n_1 = 80$ полных колебаний.

3. Определить период колебаний по формуле $T_1 = \frac{t_1}{n_1}$. Полученное

значение записать в табл. 5.1.

4. Повторить опыт еще два раза для $n_1 = 90$ и 100 полных колебаний.

5. Изменить длину маятника, уменьшив ее на $\Delta l = 0,75 \dots 1,5$ м. Установленное изменение длины Δl записать в табл. 5.1.

6. При установленной длине l_2 вновь аналогично определить период колебаний T_2 (при числе полных колебаний $n_2 = 80, 90, 100$).

7. По формуле (5.5) вычислить для каждого из опытов ускорение свободного падения и найти его среднее значение по формуле

$$g_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^N g_i}{N},$$

где N – число опытов.

Вычисления занести в табл. 5.1.

8. Определить абсолютные $\Delta g = |g - g_0|$ и относительные $\frac{\Delta g}{g}$ ошибки результатов эксперимента. Ускорение свободного падения g_0 на широте г. Горки составляет $9,81 \text{ м/с}^2$. Полученные значения занести в табл. 5.1.

Т а б л и ц а 5.1. Результаты измерений и вычислений

№ п/п	n_1	$t_1,$ с	$T_1,$ с	$\Delta l,$ м	n_2	$t_2,$ с	$T_2,$ с	$g,$ м/с^2	$g_{\text{ср}},$ м/с^2	$\Delta g,$ м/с^2	$\frac{\Delta g}{g}$
	80				80						
	90				90						
	100				100						

9. По результатам расчетов сделать аргументированные выводы.

Контрольные вопросы

1. Равнодействующей каких сил является сила тяжести?
2. Как зависит величина силы тяжести и ускорения свободного падения от широты места?

3. Выведите формулу для периода колебаний математического маятника.

4. Зависит ли период колебаний от числа колебаний и от массы маятника?

5. Почему ускорение силы тяжести не вычисляют по формуле $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$? В чем преимущество метода Бесселя?

6. Выведите рабочую формулу (5.5).

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименование

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санتي	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-16}

Приложение 2

Модуль упругости (Юнга) E некоторых материалов

Материал	$E \cdot 10^{10}$, Па
Алюминий	6,3–7,5
Латунь	11,4
Медь мягкая	10–11,7
Медь твердая	12–13
Олово	4–5,6
Сталь	21–22
Чугун	7,5–10,5

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Список рекомендуемой литературы.....	4
Лабораторная работа 1. Определение основных кинематических величин тел, скатывающихся с наклонной плоскости.....	4
Лабораторная работа 2. Определение кинематических и динамических величин при поступательном и вращательном движении с помощью машины Атвуда.....	12
Лабораторная работа 3. Определение момента инерции махового колеса	19
Лабораторная работа 4. Изучение упругих деформаций.....	27
Лабораторная работа 5. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника методом Бесселя.....	34
Приложения.....	42

ФИЗИКА

Учебное издание

Козлов Степан Иванович
Астахова Ольга Максимовна
Грузинский Валерий Николаевич и др.

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Методические указания по выполнению лабораторных работ

Редактор *С. В. Ширалиева*
Технический редактор *Н. Л. Якубовская*
Корректор

Подписано в печать . Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная.
Ризография. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 2,75. Уч.-изд. л. .
Тираж 75 экз. Заказ .

УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».
Свидетельство о ГРИИРПИ № 1/52 от 09.10.2013.
Ул. Мичурина, 13, 213407, г. Горки.

Отпечатано в УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».
Ул. Мичурина, 5, 213407, г. Горки.