

Введение

Численные методы (вычислительные методы, методы вычислений) — раздел вычислительной математики, изучающий приближенные способы решения типовых математических задач, которые либо не решаются, либо трудно решаются точными аналитическими методами (вычислительная математика в узком смысле). Примерами типовых задач являются численное решение уравнений, численные дифференцирование и интегрирование и др. Кроме численных методов, к вычислительной математике относят круг вопросов, связанных с использованием компьютеров и с программированием.

Деление методов вычислений на аналитические и численные несколько условно.

Пример 1. При аналитическом решении квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ по известной формуле $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2a)$ в ответ входит корень $\sqrt{\dots}$. Если он не извлекается точно (подкоренное выражение не является точным квадратом некоторого числа), то для получения численного значения корней потребуется численная процедура приближенного вычисления корня.

Пример 2. Рассмотрим дифференциальное уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными

$$\frac{dy}{dx} = y \frac{\sin ax}{x}.$$

Оно легко «решается» аналитически

$$y(x) = C \exp \left\{ \int_0^x \frac{\sin at}{t} dt \right\},$$

но интеграл «неберущийся», и вычислять его придется численно.

Итак, даже в тех случаях, когда можно далеко продвинуться в аналитическом решении задачи, не исключено применение на каком-либо этапе численных методов для получения ответа в практически удобном виде.

Часто аналитические методы называют точными, а численные — приближенными. Приведенные примеры показывают, что и аналитические методы могут приводить к приближенному результату. Кроме того, аналитические методы часто бывают приближенными по существу, оставаясь аналитическими, например, когда функция заменяется первыми слагаемыми ее ряда Тейлора.